WTW Clase 07 22 05 16

lunes, 16 de mayo de 2022 07:30 a. m.

Ejercicio 03

Se asume que T_0 tiene función de supervivencia

$$S_0(t) = (1 - t/120)^{1/6} \qquad 0 \leq t \leq 120$$

a) $S_x(t) = \mathbb{P}[T_x > t] \rightsquigarrow$ Prob. de que (x) alcance edad $x+t$.

$$= \mathbb{P}[T_0 > x+t \mid T_0 > x]$$

$$= \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)} = \frac{\left(1 - \frac{x+t}{120}\right)^{1/6}}{\left(1 - \frac{x}{120}\right)^{1/6}} = {}_tP_x \quad \text{para } T_x \in (0, 120-x).$$

Con esta, la prob. de que (60) sobreviva 10 años más es:

$$\mathbb{P}[T_{60} > 10] = S_{60}(10) = {}_{10}P_{60} = \frac{\left(1 - \frac{60+10}{120}\right)^{1/6}}{\left(1 - \frac{60}{120}\right)^{1/6}}$$

$$= 0,97007$$

b) Prob. de que (65) muera en el sig. año

$$\mathbb{P}[T_{65} < 1] = F_{65}(1) = {}_1q_{65} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{65+1}{120}\right)^{1/6}}{\left(1 - \frac{65}{120}\right)^{1/6}}$$

$$= 1 - S_{65}(1) = 0.003054$$

c) Sea T_{40} el tiempo de vida restante de $(40) \Rightarrow$

$\mathbb{P}[25 \leq T_{40} \leq 30] \rightsquigarrow$ Dado que tiene 40 años que muera entre 65 y 70 años.

$$= {}_{25}P_{40} - {}_{30}P_{40} = {}_{25|5}q_{40} = {}_{30}q_{40} - {}_{25}q_{40}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{65}{120}\right)^{1/6}}{\left(1 - \frac{40}{120}\right)^{1/6}} - \frac{\left(1 - \frac{70}{120}\right)^{1/6}}{\left(1 - \frac{40}{120}\right)^{1/6}} = 0.014805$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{\ldots}{120}\right)}{\left(1 - \frac{40}{120}\right)^{1/6}} - \frac{\left(1 - \frac{\ldots}{120}\right)}{\left(1 - \frac{40}{120}\right)^{1/6}} = 0.014805$$

Ejercicio 04

A)

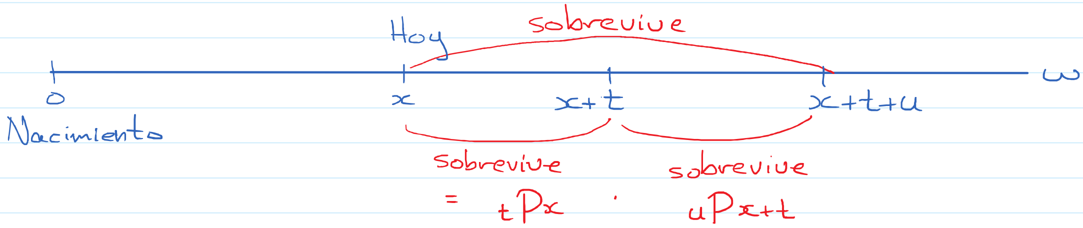
1) ${}_{18}p_{20}$ ⇝ Probabilidad de que (20) sobreviva 18 años más.

2) q_{45} ⇝ Probabilidad de que (45) fallezca en el siguiente año.

3) ${}_{10|5}q_{38}$ ⇝ Probabilidad de que (38) fallezca entre los 48 y los 53 años.

B) $\underline{{}_{t+u}p_x} = {}_tp_x \cdot {}_up_{x+t}$

1)



$${}_{t+u}p_x = \mathbb{P}[T_x > t+u] = \mathbb{P}[T_0 > x+t+u \mid T_0 > x]$$

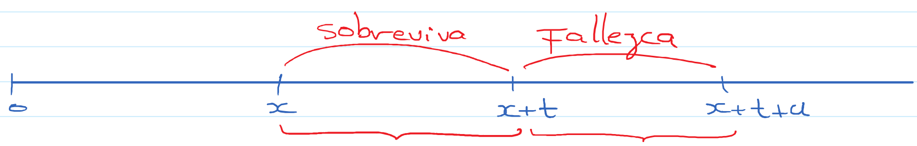
$$= \frac{S_0(x+t+u)}{S_0(x)} \quad \text{(Lado izquierdo) LI}$$

$${}_tp_x \cdot {}_up_{x+t} = \mathbb{P}[T_x > t] \cdot \mathbb{P}[T_{x+t} > u] = \mathbb{P}[T_0 > x+t \mid T_0 > x] \cdot \mathbb{P}[T_0 > x+t+u \mid T_0 > x+t]$$

$$= \frac{\cancel{S_0(x+t)}}{S_0(x)} \cdot \frac{S_0(x+t+u)}{\cancel{S_0(x+t)}} = \frac{S_0(x+t+u)}{S_0(x)} \quad \text{(Lado derecho) LD}$$

Como LI = LD se cumple la propiedad.

2) ${}_{t|u}q_x = {}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t}$



$$\underbrace{\qquad\qquad}_{{}_tp_x}\quad\underbrace{\qquad\qquad}_{{}_uq_{x+t}}$$

Una alternativa es sustituyendo estos valores en términos de S_0 y verificar la igualdad (tareita moral)

Otra opción, sería:

$${}_{t|u}q_x = {}_tp_x - {}_{t+u}p_x = \boxed{{}_tp_x} - \boxed{{}_tp_x}\cdot {}_up_{x+t}$$

Por la propiedad anterior

$$= {}_tp_x\left(1 - {}_up_{x+t}\right) = {}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t}$$

Ej. 05

Información dada: $p_x = 0.99 \qquad p_{x+1} = 0.985$

$${}_3p_{x+1} = 0.95 \qquad q_{x+3} = 0.02$$

a) $p_{x+3} = 1 - q_{x+3} = 1 - 0.02 = 0.98$

b) ${}_2p_x = p_x \cdot p_{x+1} = (0.99)(0.985) = 0.97515$