CURSO DE PREPARACIÓN PARA EL EXAMEN DE CERTIFICACIÓN DE ACTUARIOS EN PASIVOS LABORALES

25 de mayo de 2022

Cálculo actuarial Pasivos Laborales

SM consultores

Curso especialmente diseñado para Willis Towers Watson

Hipótesis demográficas
Tasas vs probabilidad

- Un punto de partida en la valuación actuarial de un plan de beneficios para los empleados es la utilización de hipótesis actuariales, las cuales deben de tratar de emular el fenómeno demográfico una empresa.

- Para ello, el especialista con ayuda de información histórica de la empresa, del mercado o de un país, construye tablas de decrementos que le permita estimar el grupo de personas que pudieran recibir o ser elegibles a un beneficio.

- Las tablas de decrementos más usadas en el mercado de los planes de beneficios para empleados son:

- Rotación
- Invalidez
- Muerte en servicio
- Retiro anticipado

Decrementos

Definamos como:

- $q^{(\boldsymbol{m})} = Probabilidad\ de\ muerte$
- $q^{(\boldsymbol{i})} = Probabilidad\ de\ invalidez$
- $q^{(\boldsymbol{w})} = Probabilidad\ de\ rotación$
- $q^{(\boldsymbol{r})} = Probabilidad\ de\ retiro$

Decrementos

Tasa vs probabilidades

- La tasa de decrementos se refiere a la proporción de participantes en cierto estatus, bajo el supuesto de que no existen otros decrementos.

- Asumiendo distribución uniforme de muerte, la transformación de una tasa de probabilidad en una tabla donde existen cuatro decrementos, la cual está dada por:

$$q^{(m)} \approx q'^{(m)} * \left[1 - \tfrac{1}{2} q'^{(i)}\right] \left[1 - \tfrac{1}{2} q'^{(w)}\right] \left[1 - \tfrac{1}{2} q'^{(r)}\right]$$

$$q^{(\boldsymbol{\tau})} = q^{(\boldsymbol{m})} + q^{(\boldsymbol{i})} + q^{(\boldsymbol{w})} + q^{(\boldsymbol{r})}$$

$$p^{(\boldsymbol{\tau})} = 1 - q^{(\boldsymbol{\tau})}$$

$$q'^{(m)} \approx q^{(m)} * \left[1 + \frac{1}{2} q^{(i)}\right] \left[1 + \frac{1}{2} q^{(w)}\right] \ldots$$

Decrementos

$$q^{(m)} \approx q'^{(m)} * \left[1-\frac{1}{2}q'^{(i)}\right]\left[1-\frac{1}{2}q'^{(w)}\right]\left[1-\frac{1}{2}q'^{(r)}\right]$$

Construcción de una tabla de decrementos múltiples

X	q’(m)	q’(i)	q’(w)	q(m)	q(i)	q(w)	q(τ)	p(τ)
65	0.20	0.02	0.04	0.1940	0.0176	0.0356	0.2473	0.7527
66	0.25	0.02	0.06	0.2401	0.0170	0.0520	0.3090	0.6910
67	0.30	0.02	0.08	0.2851	0.0163	0.0673	0.3688	0.6312
68	0.35	0.02	0.10	0.3292	0.0157	0.0817	0.4265	0.5735
69	0.40	0.02	0.12	0.3722	0.0150	0.0950	0.4823	0.5177

${}_2P_{65}^{(\tau)} = \quad P_{65}^{(\tau)}P_{66}^{(\tau)} =$ (0.7527) (0.6910) =0.5201

${}_{2/}q_{66}^{(m)} = \quad P_{66}^{(\tau)}P_{67}^{(\tau)}q_{68}^{(m)} =$ (0.6910) (0.6312) (0.3292) = 0.1436

${}_2\,q_{67}^{(w)} = \quad q_{67}^{(w)} + P_{67}^{(\tau)}q_{68}^{(w)} =$ (0.0673) + (0.6312) (0.0817) = 0.1189

Decrementos
Ejercicio 1

- Considerando los siguientes datos:

$$q_x'^{(1)} = 0.20 \qquad q_x'^{(2)} = 0.20 \qquad q_x'^{(3)} = 0.40$$

- Encontrar el valor de $q_x^{(\tau)}$

A. Menos de 0.625
B. Más de 0.625 pero menor que 0.685
C. Más de 0.685 pero menor que 0.745
D. Más de 0.745 pero menor de 0.805
E. 0805 o más

Decrementos
Ejercicio 2

- Considerando los siguientes datos:

$$\ell^{\tau}_{30} = 1{,}000{,}000 \qquad d^{(1)}_{30} = 2{,}680 \qquad d^{(2)}_{30} = 824 \qquad d^{(3)}_{30} = 100{,}000$$

$$q^{(1)}_{30+t} = q^{(1)}_{30+t-1} \qquad q^{(2)}_{30+t} = 1.04\, q^{(2)}_{30+t-1} \qquad q^{(3)}_{30+t} = q^{(3)}_{30+t-1}$$

- Encontrar el valor de $\;{}_{3}q^{(2)}_{31}$

A. Menos de 0.00205
B. Más de 0.00205 pero menor que 0.00220
C. Más de 0.00220 pero menor que 0.00235
D. Más de 0.00235 pero menor de 0.00250
E. 0.00250 o más

Decrementos
Ejercicio 3

- Considerando los siguientes decrementos:

x	ℓ_x^{τ}	$d_x^{(mortalidad)}$
25	807,959	314
26	721,013	324
27	640,304	329

ℓ'_{25} asociado a un solo decremento de mortalidad : 1,000,000

- Encontrar el valor de ℓ'_{26}

A. Menos de 999,550
B. 999,550 pero menor que 999,600
C. 999,600 pero menor que 999,650
D. 999,650 pero menor de 999,700
E. Mayor que 999,700

Decrementos
Ejercicio 4

$$q'^{(m)} \approx q^{(m)} * \left[1+\frac{1}{2}q^{(i)}\right]\left[1+\frac{1}{2}q^{(w)}\right]\dots$$

- Considerando los siguientes datos:

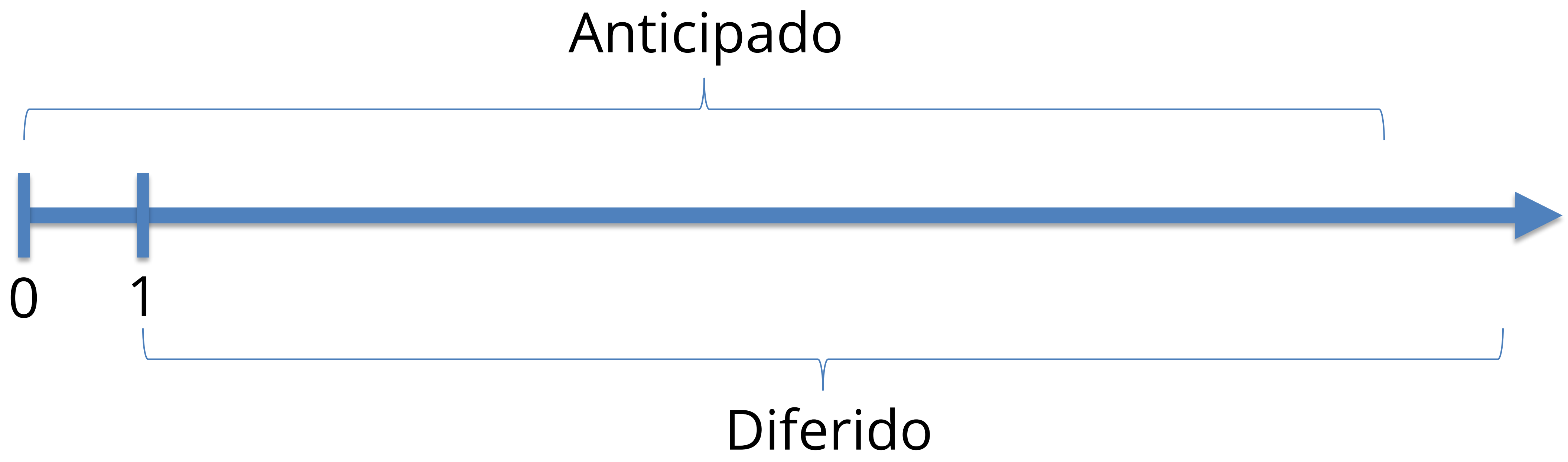
x	$q_x^{(d)}$	$q_x^{(w)}$
20	0.001311	0.05
21	0.001267	0.05
22	0.001219	0.05

- Encontrar el valor de $_{2}p'^{(d)}_{20}$

A. Menos de 0.99728
B. Más de 0.99728 pero menor que 0.99733
C. Más de 0.99733 pero menor que 0.99738
D. Más de 0.099738 pero menor de 0.99743
E. 0.99743 o más

Anualidades

- Existen anualidades anticipadas (ä) y anualidades vencidas (a)
- La diferencia es el momento en que se hacen los pagos, en el caso de ä el pago es la inicio del año



- Una anualidad es una suma, que se define de la siguiente forma:

Cierta/Financiera $P\ddot{a}_{\overline{n}|} = P * \sum_{t=0}^{n-1} v^t$

Contingente $\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} P_t * v^t * {}_t p_x$

- La formula anterior es para anualidades con pagos anuales, para convertir a anualidad con m pagos podemos usar la aproximación:

$$\ddot{a}^{(m)}{}_x = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}$$

$$a_{\overline{n}|}^{(m)} = a_{\overline{n}|} * \frac{i}{i^{(m)}}$$

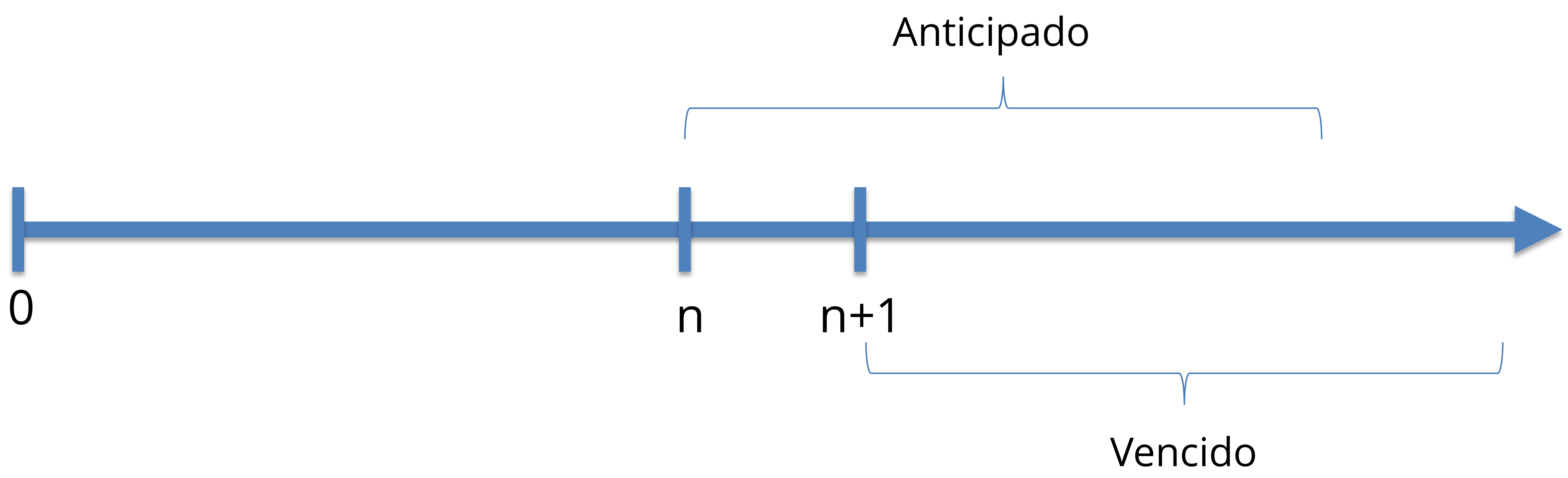
Donde:

$$i^{(m)} = m \times (1+i)^{1/m} - 1$$

Anualidades diferidas

- Una anualidad diferida es la una renta que se empieza a pagar en un periodo de tiempo mayor a un año.

n/ $\ddot{a}_x^{(m)}$



n/ $a_x^{(m)}$

- Una anualidad es una suma pagos, la cual se expresa de la siguiente forma:

Cierta/Financiera $n \,/\, \ddot{a}_{\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{\infty} P_t * v^{t+n}$ Contingente $n/\ddot{a}_x = \sum_{t=n}^{\infty} P_t * v^{t+n} * {}_tp_{x+n}$

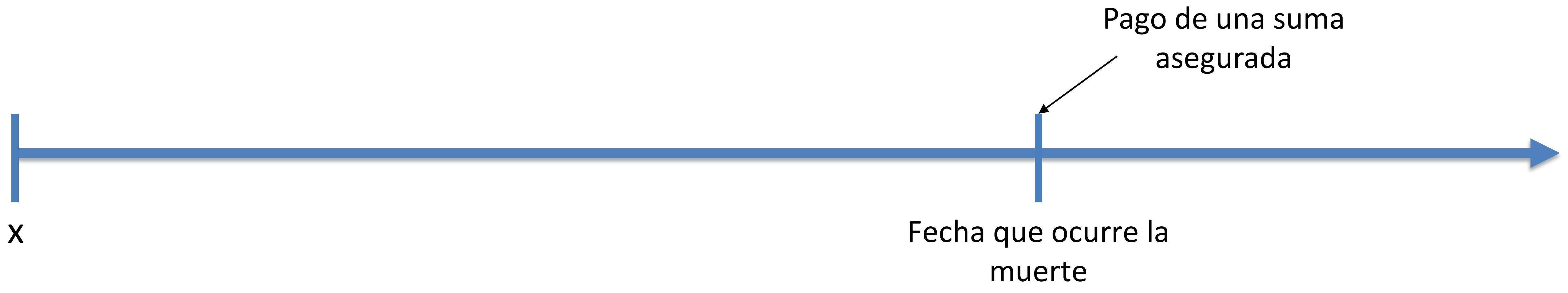
- La fórmula anterior es para anualidades con pagos anuales, para convertir a anualidad con m pagos podemos usar la aproximación:

$$n/\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{l_{x+n}}{l_x} v^n * \left(\ddot{a}_{x+n} - \frac{m-1}{2m}\right)$$

Seguros de vida

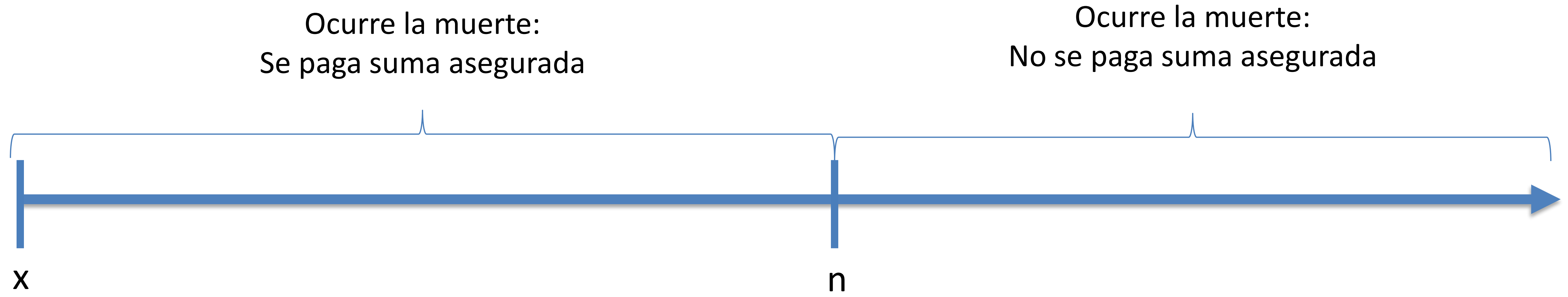
Seguro tradicional u ordinario de vida A_x

- Un Seguro de vida tradicional paga una suma asegurada a los beneficiarios, al momento de la muerte del asegurado. A continuación se muestra en la siguiente gráfica.



Seguro temporal $A_{x:\overline{n}|}$

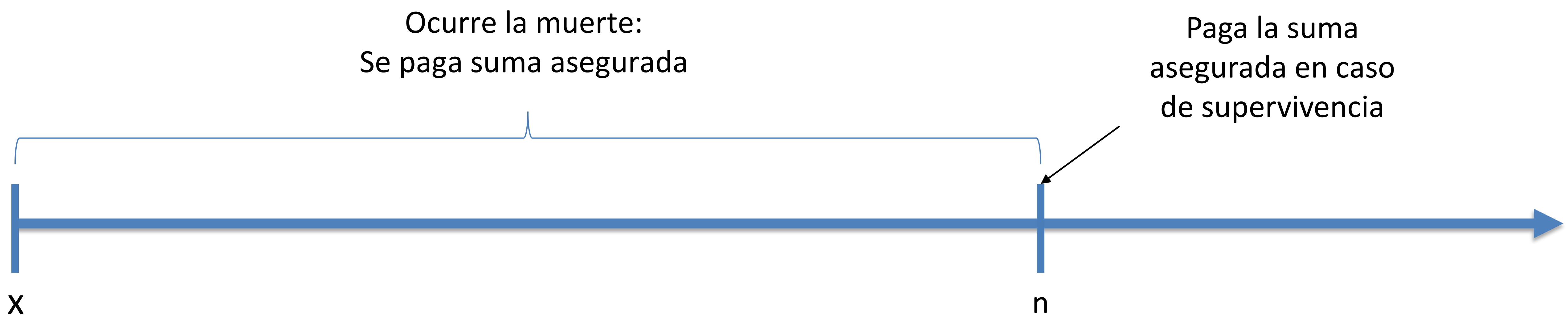
- Un Seguro de vida temporal paga una suma asegurada a los beneficiarios, siempre y cuando ésta ocurra antes de una fecha determinada.



Seguros de vida

Seguro dotal mixto $A_{x:\overline{n}\rceil} + {}_{n}E_{x}$

- Es el que cubre tanto los riesgos del asegurado como el ahorro. En caso de que el fallecimiento suceda antes del plazo establecido, los beneficiarios reciben el monto total asegurado inclusive cuando este no haya sido liquidado por completo.



Formulario

$${}_{t}p_x + {}_{t}q_x = 1$$

$${}_{t+u}p_x = {}_{t}p_x * {}_{u}p_{x+t}$$

$${}_{t/u}q_x = {}_{t+u}q_x - {}_{t}q_x = {}_{t}p_x - {}_{t+u}p_x = {}_{t}p_x * {}_{u}q_{x+t}$$

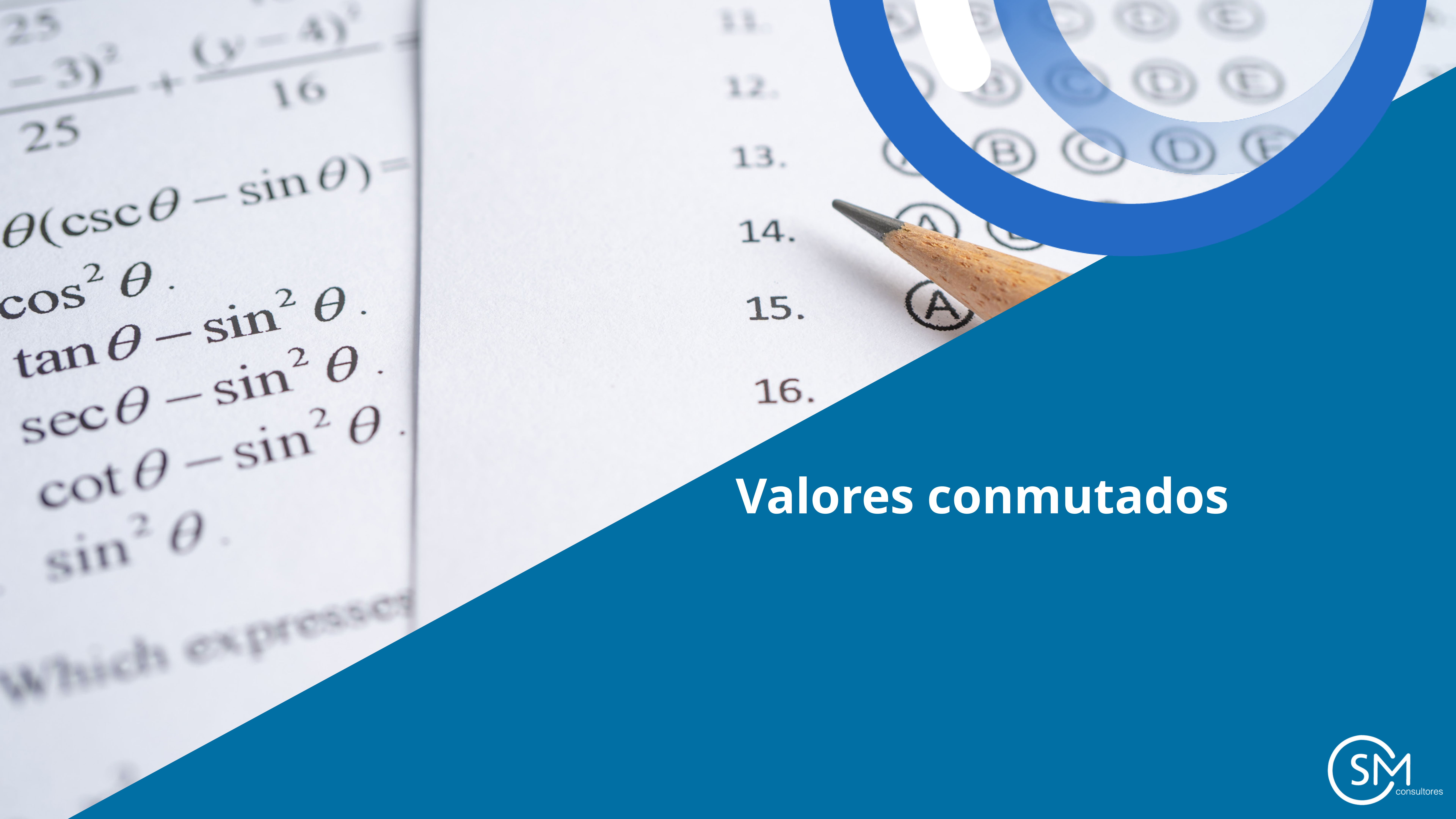
$$\ddot{a}^{(m)}{}_x = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}$$

$${}_{n/}\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{l_{x+n}}{l_x} v^n * \left(\ddot{a}_{x+n} - \frac{m-1}{2m}\right)$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy}}^{(m)} = \ddot{a}_x^{(m)} + \%\left(\ddot{a}_y^{(m)} - \ddot{a}_{xy}^{(m)}\right)$$

$A_x = 1 - d * \ddot{a}_x^{(m)}$, **Donde** $d = \frac{i}{1+i}$

$a_{\overline{n}|}^{(m)} = a_{\overline{n}|} * \frac{i}{i^{(m)}}$ **Donde** $i^{(m)} = m \times (1+i)^{1/m} - 1$



Valores conmutados

SM consultores

Conmutados

X	$q_x^{(k)}$	$p_x^{(k)}$	$l_x^{(k)}$	$d_x^{(k)}$	$tp_x^{(k)}$	$tp_x^{(k)}$
20	0.0019700	0.9980300	**1,000,000**	1,970.00	**1**	**1**
21	0.0020200	0.9979800	998,030.00	2,016.02	0.99803	0.99803
22	0.0020900	0.9979100	996,013.98	2,081.67	0.99601	0.99601
23	0.0021500	0.9978500	993,932.31	2,136.95	0.99393	0.99393
24	0.0022200	0.9977800	991,795.36	2,201.79	0.99179	0.99179
25	0.0023000	0.9977000	989,593.57	2,276.07	0.98959	0.98959

$$tp_{20}^{(k)} = \prod_{t}^{\infty} p_x^{(k)} = 1(0.99803)(0.99798)\ (0.99791) \ldots$$

$$tp_{20}^{(k)} = \frac{l_{x+t}^{(k)}}{l_x^{(k)}} = \frac{\text{[illegible]}}{1{,}000{,}000.00}$$

Conmutados

Tasa de interés = 8% anual

X	$q_x^{(k)}$	$p_x^{(k)}$	$l_x^{(k)}$	v^x	$D_x^{(k)}$
		$1-q_x^{(k)}$	$l_x^{(k)} * p_x^{(k)}$	$\frac{1}{(1+i)^x}$	$l_{x+t}^{(k)} * v^{x+t}$
20	0.0019700	0.9980300	**1,000,000**	0.21455	214,548.21
21	0.0020200	0.9979800	998,030.00	0.19866	198,264.40
22	0.0020900	0.9979100	996,013.98	0.18394	183,207.32
23	0.0021500	0.9978500	993,932.31	0.17032	169,281.86
24	0.0022200	0.9977800	991,795.36	0.15770	156,405.47
25	0.0023000	0.9977000	989,593.57	0.14602	144,498.38

$$D_x^{(k)} = l_{x+t}^{(k)} * v^{x+t} = 1{,}000{,}000\ (0.21455) = 214{,}548.21$$

Ejercicio: Determinar el valor presente actuarial de un pago de $20,000 que se realizará a los 24 años de edad cumplidos, suponiendo un grupo de personas de 5 integrantes y todos cuentan con una edad actual de 21 años.

$$\$20{,}000 * \frac{D_{x+t}^{(k)}}{D_x^{(k)}} = \$20{,}000 * \frac{156{,}405.47}{198{,}248.21} =$$

$ 15,778.75

x 5

$$\$20{,}000 * \frac{l_{x+t}^{(k)}}{l_x^{(k)}} v^t = \$20{,}000 * \frac{991{,}795.36}{998{,}030} v^t =$$

$v^3 = 0.79383224$

15,777.46

x 5

Conmutados

Tasa de interés = 8% anual

$1 - q_x^{(k)}$ $\qquad$ $l_{x+t}^{(k)} * v^{x+t}$ $\qquad$ $\sum_{0}^{\infty} D_{x+t}^{(k)}$

X	$q_x^{(k)}$	$p_x^{(k)}$	$l_x^{(k)}$	v^x	$D_x^{(k)}$	$N_x^{(k)}$
20	0.0019700	0.9980300	**1,000,000**	0.21455	214,548.21	1,066,205.6
21	0.0020200	0.9979800	998,030.00	0.19866	198,264.40	851,657.4
22	0.0020900	0.9979100	996,013.98	0.18394	183,207.32	653,393.0
23	0.0021500	0.9978500	993,932.31	0.17032	169,281.86	470,185.7
24	0.0022200	0.9977800	991,795.36	0.15770	156,405.47	300,903.9
25	0.0023000	0.9977000	989,593.57	0.14602	144,498.38	144,498.4

$$N_x^{(k)} = \sum_{0}^{\infty} D_{x+t}^{(k)} = 214{,}54.21 + 198{,}264.40 + 183{,}207.32 + \ldots..$$

Chester Wallace Jordan p. 48

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

$$a_x^{(m)} = \frac{N_x}{D_x} + \frac{m-1}{2m}$$

Vencida pagadera m veces al año

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{N_x}{D_x} - \frac{m-1}{2m}$$

Anticipada pagadera m veces al año

Conmutados

Anualidades vitalicias

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x^{(k)}}{D_x^{(k)}} \qquad a_x^{(m)} = \frac{N_x^{(k)}}{D_x^{(k)}} + \frac{m-1}{2m} \qquad \ddot{a}_x^{(m)} = \frac{N_x^{(k)}}{D_x^{(k)}} - \frac{m-1}{2m}$$

Anualidades temporales

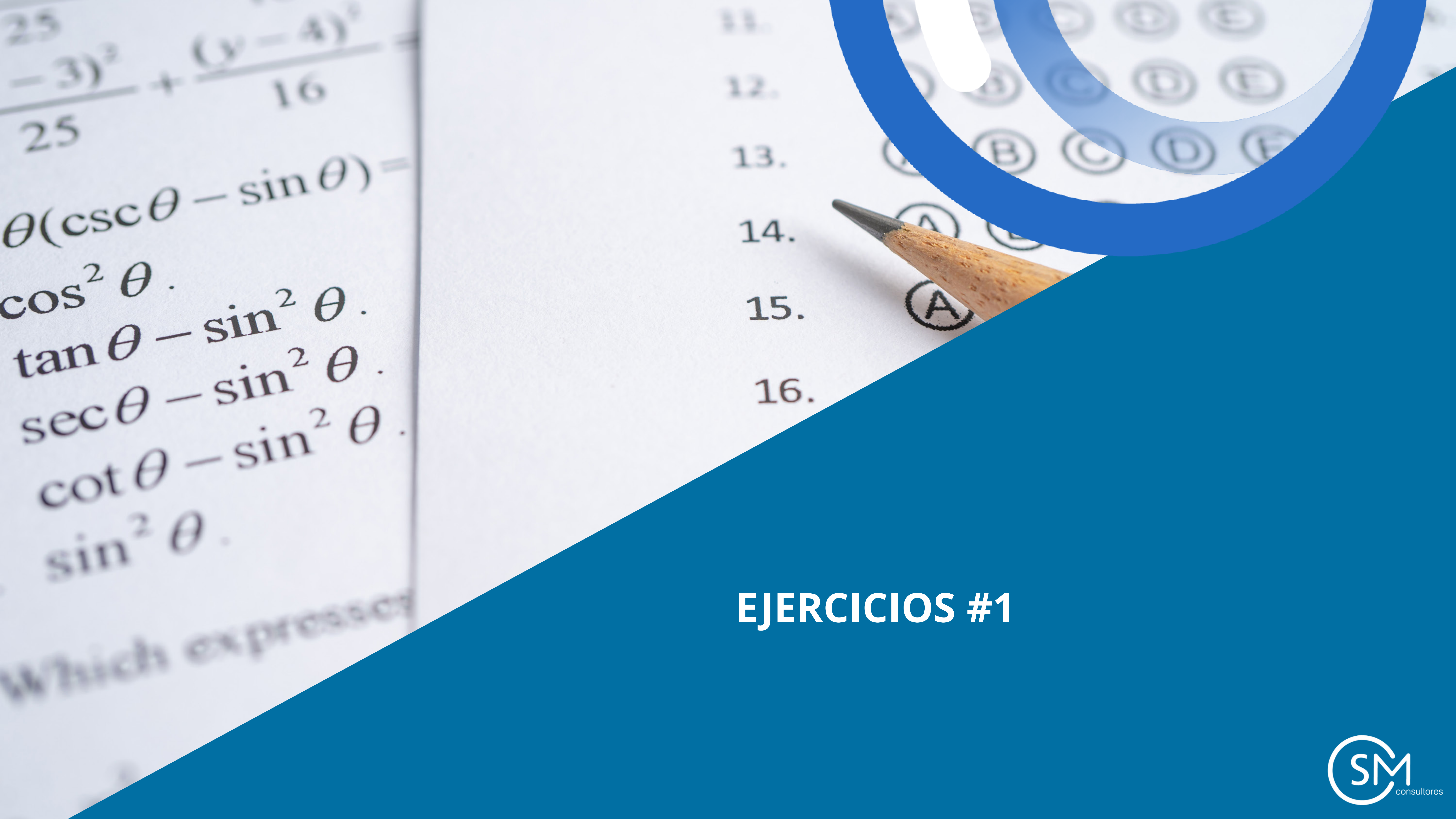
$$a_{x:n\urcorner} = \frac{N_x^{(k)} - N_{x+t}^{(k)}}{D_x^{(k)}} \qquad \ddot{a}_{x:n\urcorner}^{(m)} = \frac{N_x^{(k)} - N_{x+n}^{(k)} - \frac{m-1}{2m}\left(D_x^{(k)} - D_{x+n}^{(k)}\right)}{D_x^{(k)}}$$

Anualidades diferidas

$$n/a_x = \frac{D_{x+n}^{(k)}}{D_x^{(k)}}\left(\frac{N_{x+n}^{(k)}}{D_{x+n}^{(k)}}\right) = \frac{D_{x+n}^{(k)}}{D_x^{(k)}}\ a_{x+n}$$

$$n/\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{D_{x+n}^{(k)}}{D_x^{(k)}}\left(\frac{N_{x+n}^{(k)}}{D_{x+n}^{(k)}} - \frac{m-1}{2m}\right) = \frac{D_{x+n}^{(k)}}{D_x^{(k)}}\ \ddot{a}_{x+n}^{(m)}$$

$$n/\ddot{a}_{x:m\urcorner}^{(m)} = \frac{N_{x+n}^{(k)} - N_{x+n+m}^{(k)} - \frac{m-1}{2m}\left(D_{x+n}^{(k)} - D_{x+n+m}^{(k)}\right)}{D_x^{(k)}}$$



EJERCICIOS #1

SM consultores

Ejercicio 5

Datos:
Considerando un beneficio a la jubilación de $250 por mes comenzando desde edad 55
Forma normal de pago: Anualidad vitalicia con 5 años de garantía
Tasa de interés: 6% anual
Solamente un participante con fecha de nacimiento de 1/1/71

Valores conmutados seleccionados:

x	Nx
50	67,129
51	62,016
55	44,721
56	41,056
60	28,659
61	26,066

$$\ddot{a}^{(12)}_{\overline{5|}6\%} = 4.348$$

¿En qué rango de valor está el valor presente del beneficio a la fecha de valuación 1/1/2021?

A. Menos de $25,750
B. $25,750 pero menor que $26,000
C. $26,000 pero menor que $26,250
D. 26,250 pero menor de $26,500
E. $26,500

Ejercicio 6

Datos:
Una empresa desea asegurar a su empleado para contar con un beneficio a la jubilación a la edad de su jubilación.

- Fecha de valuación 1/1/2018
- Considerando un beneficio a la jubilación de $250 por mes comenzando desde edad 65
- Forma normal de pago: Anualidad vitalicia con 10 años de garantía
- Edad actual: 57 años

Valores conmutados seleccionados:

x	Dx	Nx
57	194	2111
65	100	919
75	36	247

$$\ddot{a}^{(12)}_{10\neg} = 7.219$$

¿En qué rango de valor está la prima anual neta nivelada?

A. Menos de 2,200
B. $2,200 pero menor que $2,300
C. $2,300 pero menor que $2,400
D. 2,400 pero menor de $2,500
E. $2,500 o más

Ejercicio 7

Datos:
Considerando los siguientes valores conmutados y una tasa de interés anual del 3%

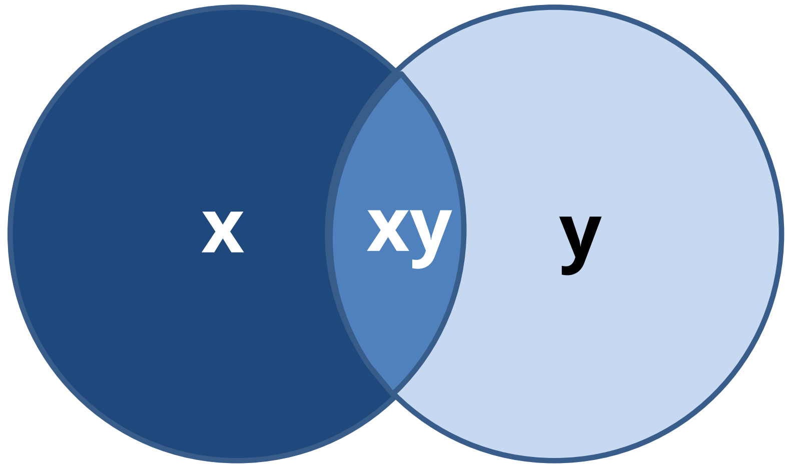
x	Nx
88	208
89	153
90	110
91	77
92	53
93	35

¿En qué rango de valor está $_3q_{89}$?

A. Menos de 0.47
B. 0.47 pero menor de 0.49
C. 0.49 pero menos de 0.51
D. 0.51 pero menor de 0.53
E. 0.53 o más

Decrementos
Vidas conjuntas

- Vidas conjuntas (Joint life)
  - El estatus de sobrevivencia se mantiene mientras 2 personas sobrevivan.
  - Por lo tanto, este estatus termina a la primera muerte.



  - La función de supervivencia en este caso es:
    - $tp_{xy} = tp_x * tp_y$
  - De aquí derivamos tq_{xy} = $1 - tp_{xy}$

Tasa de interés = 8% anual

Conmutados vidas conjuntas

X	q_x	q_y	p_x	p_y	l_x	l_y	l_{xy} $\frac{l_{x+t}^{(k)} * l_{y+t}^{(k)}}{1,000,000}$	v_{xy} $v^{(x+y)/2}$	D_{xy}
20	0.0019700	0.0009300	0.9980300	0.9990700	**1,000,000**	1,000,000.00	1,000,000.00	0.21455	214,548.21
21	0.0020200	0.0009300	0.9979800	0.9990700	998,030.00	999,070.00	997,101.83	0.19866	198,080.01
22	0.0020900	0.0009400	0.9979100	0.9990600	996,013.98	998,140.86	994,162.25	0.18394	182,866.71
23	0.0021500	0.0009400	0.9978500	0.9990600	993,932.31	997,202.61	991,151.90	0.17032	168,808.32
24	0.0022200	0.0009500	0.9977800	0.9990500	991,795.36	996,265.24	988,091.24	0.15770	155,821.33
25	0.0023000	0.0009500	0.9977000	0.9990500	989,593.57	995,318.79	984,961.07	0.14602	143,821.95

$$\boldsymbol{N_{xy}} = \sum_{0}^{\infty} \mathrm{D}_{xy+t}^{(k)}$$

$$\boldsymbol{\ddot{a}_{xy}^{(m)}} = \frac{\boldsymbol{N_{xy}}}{\boldsymbol{D_{xy}}} - \frac{\boldsymbol{m-1}}{\boldsymbol{2m}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy}}^{(m)} = \ddot{a}_{x}^{(m)} + \%\left(\ddot{a}_{y}^{(m)} - \ddot{a}_{xy}^{(m)}\right)$$

Ejercicio 8

Datos:

- Fecha efectiva de la pensión de último sobreviviente: 1/1/2019
- Términos del pago: 1,000 pagadero al inicio de cada mes si ambas personas están con vida, y 750 pagadero al inicio de cada mes si alguna persona sigan con vida.

Datos de los pensionados al 1/1/2019: Datos de los pensionados al 1/1/2019:

	Susana	Juan
Edad	60	65

Extracto de los valores de las anualidades, anticipada pagadera 12 veces al año:

x	Susana	Juan
60	11.2993	10.5959
65	10.1047	9.3452

$$\ddot{a}^{(m)}_{60F:65M} = 8.1620$$

¿En qué rango de valor está el valor presente de la anualidad 1/1/2019?

A. Menos de 131,000
B. 131,000 pero menor de 135,000
C. 135,000 pero menos de 139,000
D. 139,000 pero menor de 143,000
E. 143,000 o más

Ejercicio 9

- Considerando la siguiente información demográfica al 1/1/2022:
  - Persona 1: 60 años
  - Persona 2: 65 años
- Teniendo las siguientes probabilidades:

x	y	${}_{y-x}p_x$
60	70	0.730
60	75	0.540
65	75	0.706
65	80	0.508
70	75	0.740
75	80	0.720

- ¿En qué rango está la probabilidad de que la Persona 1 y la Persona 2 sobrevivan 10 años, pero al menos una de ellas no sobreviva 15 años?

A. Menos de 0.23
B. Más de 0.23 pero menor que 0.28
C. Más de 0.28 pero menor que 0.33
D. Más de 0.33 pero menor de 0.38
E. 0.38 o más

Tablas selectas y últimas

- Las compañías de seguros generalmente evalúan el riesgo antes de asegurarte, lo anterior para un seguro individual. Sin embargo, cuando existe un grupo que se desea asegurar, la compañía aseguradora sabe de antemano que existen personas que por sus características son asegurables y otras que no serían asegurables.
- Por otra parte, a medida que pasan los años las personas que se mantienen en el grupo cada vez son más susceptibles a ser aseguradas (periodo de selección), hasta convertirse en un grupo que no represente un peligro para la sustentabilidad financiera de la compañía de seguros.

$$q^{(k)}_{[x]+t}$$

- (k) → Decremento de salida de la empresa
- t → Años de permanencia en la empresa
- $[x]$ → Edad de entrada

Tablas selectas y últimas

$$q_{[x]}^{(k)} < q_{[x-1]+1}^{(k)} < q_{[x-2]+2}^{(k)} < q_{[x-3]+3}^{(k)} \cdots$$

x	$q_{[x]}^{(k)}$	$q_{[x]+1}^{(k)}$	$q_{[x]+2}^{(k)}$	x + 2
40	0.04	0.06	0.08	**42**
41	0.05	0.07	0.09	**43**
42	0.06	0.08	0.10	**44**
43	0.07	0.09	0.11	**45**

Edad 41: $q_{[41]}^{(k)}$= 0.05

Edad 42: $q_{[41]+1}^{(k)}$= 0.07

Edad 43: $q_{[41]+2}^{(k)}$= 0.09

Edad 44: $q_{[41]+3}^{(k)}$= 0.10

Edad 45: $q_{[41]+4}^{(k)}$= 0.11

Ejercicios 10

Considerando la siguiente tabla de mortalidad con 3 años selección:

x	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{[x]+2}$	q_x	x + 3
60	0.09	0.11	0.13	0.15	**63**
61	0.10	0.12	0.14	0.16	**64**
62	0.11	0.13	0.15	0.17	**65**
63	0.12	0.14	0.16	0.18	**66**
64	0.13	0.15	0.17	0.19	**67**

1) Pedro ingresó al grupo de selección el 1/1/2000
2) Pedro al 1/1/2001 tiene 61 años de edad
3) P es la probabilidad al 1/1/2001 que pedro sobreviva al año 1/1/2006

$${}_5p_{[60]+1} = p_{[60]+1} \times p_{[60]+2} \times p_{[60]+3} \times p_{[60]+4} \times p_{[60]+5}$$

$${}_5p_{[60]+1} = (1 - q_{[60]+1}) \times (1 - q_{[60]+2}) \times (1 - q_{[60]+3}) \times (1 - q_{[60]+4}) \times (1 - q_{[60]+5})$$

$${}_5p_{[60]+1} = (1-0.11) \times (1-0.13) \times (1-0.15) \times (1-0.16) \times (1-0.17) = 0.4589$$

Ejercicio 11

Considerando la siguiente tabla con 3 años selección:

x	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	$l_{[x]+2}$	$l_{[x]+3}$	x +3
65	991	980	966	948	**68**
66	975	963	947	928	**69**
67	957	944	927	906	**70**
68	937	923	905	883	**71**

Calcular $_{1/3}q_{[66]+1}$

(A) Menor que 0.06200

(B) Mayor que 0.06200 pero menor que 0.06400

(C) Mayor que 0.06400 pero menor que 0.06600

(D) Mayor que 0.06600 pero menor que 0.06800

(E) 0.06800 o más

Esperanza de vida

- Una función que usualmente encontrado en conexión con las tablas de mortalidad, es la función denominada como la expectativa de vida, el cual tiene la siguiente connotación:

$$e_x = \frac{1}{l_x}\sum_{t=1}^{\infty} l_{x+t} = \sum_{t=1}^{\infty} {}_tp_x$$

$$e_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^{n} {}_tp_x$$

$$e_{xy} = \sum_{t=1}^{\infty} {}_tp_{xy}$$

Ejercicio 12

Considerando los siguientes datos:

La siguiente equivalencia actuarial son para un individuo con 60 años de edad al 1/1/93, de acuerdo a lo siguiente:

Anualidad tipo:	**A**	**B**
• Anualidad que comienza al :	1/1/93	1/1/98
• Frecuencia del pago:	Anual	Anual
• Pago inicial:	$5,000	$X
• Incremento a la pensión:	7%	7%
• Fecha de pago	1/1	1/1
• Forma de pago:	Vitalicia	Vitalicia

Tasa de descuento: 7%
Valores conmutados:

x	N_x	e_x	x	N_x	e_x
60	1484	15.5	**65**	868	12.9
61	1339		**66**	774	

Pregunta:
Encontrar el valor de $X

Reducción actuarial

- Se considera la reducción actuarial como el ajuste en el beneficio del plan de jubilación que considera, la pérdida del valor del dinero en el tiempo y el ajuste por los años que se incrementará la expectativa de vida por los años de edad que se ha anticipado el pago.

$$Ben(1-\%) * \ddot{a}_{ra}^{(m)} = Ben * \frac{l_r^{(m)}}{l_{ra}^{(m)}} v^{(r-ra)} * \ddot{a}_r^{(m)}$$

$$(1-\%) = \frac{l_r^{(m)}}{l_{ra}^{(m)}} v^{(r-ra)} * \frac{\ddot{a}_r^{(m)}}{\ddot{a}_{ra}^{(m)}}$$

Decrementos
Vida laboral promedio remanente

Vida Laboral Remanente Promedio (VLRP) Promedio de años de vida activa de los participantes que se espera reciban beneficios, entre la edad de valuación y la edad de retiro, y deben ser considerando todos los decrementos de la población, aún si existe o no un beneficio por tal o cual decremento

$$VLRF = \frac{\sum_{t=0}^{r-x-1}\left[\sum_{s=t}^{r-x-1}\left({}_{s}p_x^{(\tau)} * \sum_{\forall d} q_{x+s}^{(d)} * E_{x+s}^{(d)}\right)\right]}{\sum_{s=0}^{r-x-1}\left({}_{s}p_x^{(\tau)} * \sum_{\forall d} q_{x+s}^{(d)} * E_{x+s}^{(d)}\right)}$$

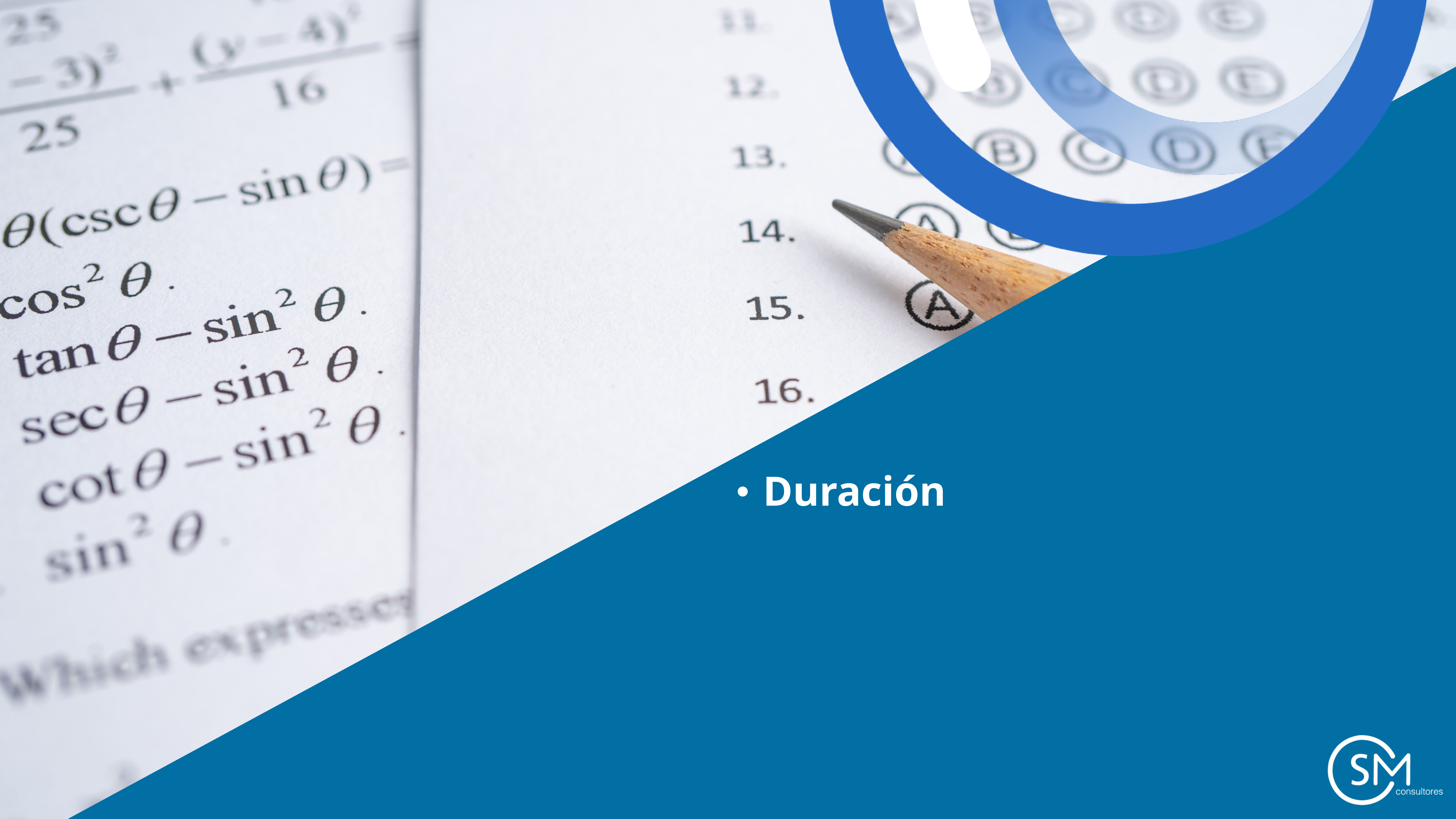
Donde:

d = decrementos considerado

x = edad de valuación

r = edad de retiro normal

$E^{(d)}_{x+s}$ = 1 si hay beneficio por decremento d a edad x+s y 0 en otro momento



11.
12.
13.
14.
15.
16.
$\theta(\csc\theta - \sin\theta) =$
$\cos^2\theta$.
$\tan\theta - \sin^2\theta$.
$\sec\theta - \sin^2\theta$.
$\cot\theta - \sin^2\theta$.
$\sin^2\theta$.

- **Duración**

Duración de Macaulay

La duración a secas (o duración de Macaulay) es la media ponderada de los distintos vencimientos de los flujos de caja, ponderados por el valor actual de cada uno de esos flujos.

$$D = \sum_{t=1}^{n} t \cdot \frac{F_t \cdot (1+i)^{-t}}{\sum_1^n F_k \cdot (1+i)^{-k}}$$

D= Duración

t = Número de periodos

F_t =Flujo de efectivo al tiempo t

i = Tasa de interés o descuento

Se expresa en años, y refleja la variabilidad de una obligación ante cambios en la tasa de interés o descuento.

SM consultores

Duración de Macaulay

i= 6.5%

t	F_t	$(1+i)^{-t}$	$F_t * (1+i)^{-t}$	$\frac{F_t * (1+i)^{-t}}{\sum_{14} F_t * (1+i)^{-t}}$	$t* \frac{F_t*(1+i)^{-t}}{\sum_{14} F_t*(1+i)^{-t}}$
1	$2,318,627	0.938967	$2,177,115	24.46%	0.2446
2	$1,675,704	0.881659	$1,477,400	16.60%	0.3320
3	$1,286,338	0.827849	$1,064,893	11.96%	0.3589
4	$1,048,153	0.777323	$814,753	9.15%	0.3662
5	$948,746	0.729881	$692,472	7.78%	0.3890
6	$680,224	0.685334	$466,181	5.24%	0.3143
7	$590,808	0.643506	$380,189	4.27%	0.2990
8	$511,574	0.604231	$309,109	3.47%	0.2778
9	$520,670	0.567353	$295,404	3.32%	0.2987
10	$472,424	0.532726	$251,673	2.83%	0.2828
11	$478,557	0.500212	$239,380	2.69%	0.2958
12	$507,604	0.469683	$238,413	2.68%	0.3214
13	$624,709	0.441017	$275,507	3.10%	0.4024
14	$527,069	0.414100	$218,259	2.45%	0.3433
Suma			**$8,900,748**	**100%**	**4.5261**

Duración

Duración de Macaulay modificada

La duración modificada o corregida (o duración de Hicks) es el cociente entre (1 + Tasa de interés). En este caso, fue el economista John Hicks en 1939 quien desarrollo esta relación matemática.

$$D^{m} = \frac{Duración\ Macaulay}{(1+i)}$$

i = Tasa de interés o descuento

Duración de Macaulay (modificada)

i= 6.5%

t	F_t	$(1+i)^{-t}$	$F_t * (1+i)^{-t}$	$\frac{F_t * (1+i)^{-t}}{\sum_{14} F_t * (1+i)^{-t}}$	$t * \frac{F_t * (1+i)^{-t}}{\sum_{14} F_t * (1+i)^{-t}}$
1	$2,318,627	0.938967	$2,177,115	24.46%	0.2446
2	$1,675,704	0.881659	$1,477,400	16.60%	0.3320
3	$1,286,338	0.827849	$1,064,893	11.96%	0.3589
4	$1,048,153	0.777323	$814,753	9.15%	0.3662
5	$948,746	0.729881	$692,472	7.78%	0.3890
6	$680,224	0.685334	$466,181	5.24%	0.3143
7	$590,808	0.643506	$380,189	4.27%	0.2990
8	$511,574	0.604231	$309,109	3.47%	0.2778
9	$520,670	0.567353	$295,404	3.32%	0.2987
10	$472,424	0.532726	$251,673	2.83%	0.2828
11	$478,557	0.500212	$239,380	2.69%	0.2958
12	$507,604	0.469683	$238,413	2.68%	0.3214
13	$624,709	0.441017	$275,507	3.10%	0.4024
14	$527,069	0.414100	$218,259	2.45%	0.3433
Suma			**$8,900,748**	**100%**	**4.5261**

Duración Modificada = 4.2499

Duración de Macaulay modificada

En caso de que contemos con el monto de los valores presentes valuados a 2 tasas de interés, podemos obtener la duración aproximada, considerando la siguiente expresión:

$$\text{Duración} = \frac{-ln\left(\frac{Valor\ Presente\ (i_2)}{Valor\ Presente(i_1)}\right)}{ln\left(\frac{1+i_2}{1+i_1}\right)}$$

De lo anterior también podemos obtener:

$$Valor\ Presente(i_2) = ValorPresente(i_1) * e^{(Duración*(i_1-i_2))}$$

Duración de Macaulay y modificada

i= 5.5%

t	F_t	$(1+i)^{-t}$	$F_t * (1+i)^{-t}$	$\frac{F_t * (1+i)^{-t}}{\sum_{14} F_t * (1+i)^{-t}}$	$t * \frac{F_t * (1+i)^{-t}}{\sum_{14} F_t * (1+i)^{-t}}$
1	$1,000,000				
2	$900,000				
3	$700,000				
4	$500,000				
5	$600,000				
6	$400,000				
7	$100,000				
8	$50,000				
9	$10,000				
10	$5,000				
Suma				**100%**	

Duración Modificada =

consultores

Act. Omar Sagahon Menchaca

SOCIO & DIRECTOR

55 7372 3830

55 7576 4417

omar.sagahon@osmconsultores.com

www.osmconsultores.com